

## 6. Δημιουργός Μοντέλων II ή ModellingSpace (Εννοιολογική χαρτογράφηση και μοντελοποίηση για διάφορα γνωστικά αντικείμενα)

(6 ώρες)

**Τίτλος:** Μελέτη της Έννοιας της Αναλογίας, Μαθηματικά Ε' και ΣΤ' Δημοτικού (Ποσά ανάλογα)

**Δημιουργός:** Βασίλης Κόμης

### Εισαγωγή

Στη θεματική αυτή ενότητα θα προσεγγιστεί η έννοια της αναλογίας στο πλαίσιο της διδασκαλίας των Μαθηματικών και στο Αναλυτικό Πρόγραμμά τους. Στη συνέχεια θα τεκμηριωθεί παιδαγωγικά και διδακτικά η προσέγγιση που υιοθετείται από το ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΣ\_ΜΟΝΤΕΛΩΝ και τέλος θα δοθούν οδηγίες και διδακτικές προσεγγίσεις για τα προτεινόμενα σενάρια όπως αυτά είναι οργανωμένα σε θέματα μελέτης στο τετράδιο του μαθητή.

### Θέματα Μελέτης στο χώρο των αναλογιών

Στο ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΣ\_ΜΟΝΤΕΛΩΝ έχουν ενσωματωθεί θέματα μελέτης που περιστρέφονται γύρω από την έννοια της **αναλογίας**. Έχουν ως αφητηρία τους τα μαθηματικά της Ε' και ΣΤ' Δημοτικού αλλά και σε κάθε χώρο προβλημάτων που επιλύεται με εξισώσεις πρώτου βαθμού.

### Σενάριο διερεύνησης

#### Θέμα μελέτης 1 : Δοκιμή μοντέλου «Το νερό στο βαρέλι»

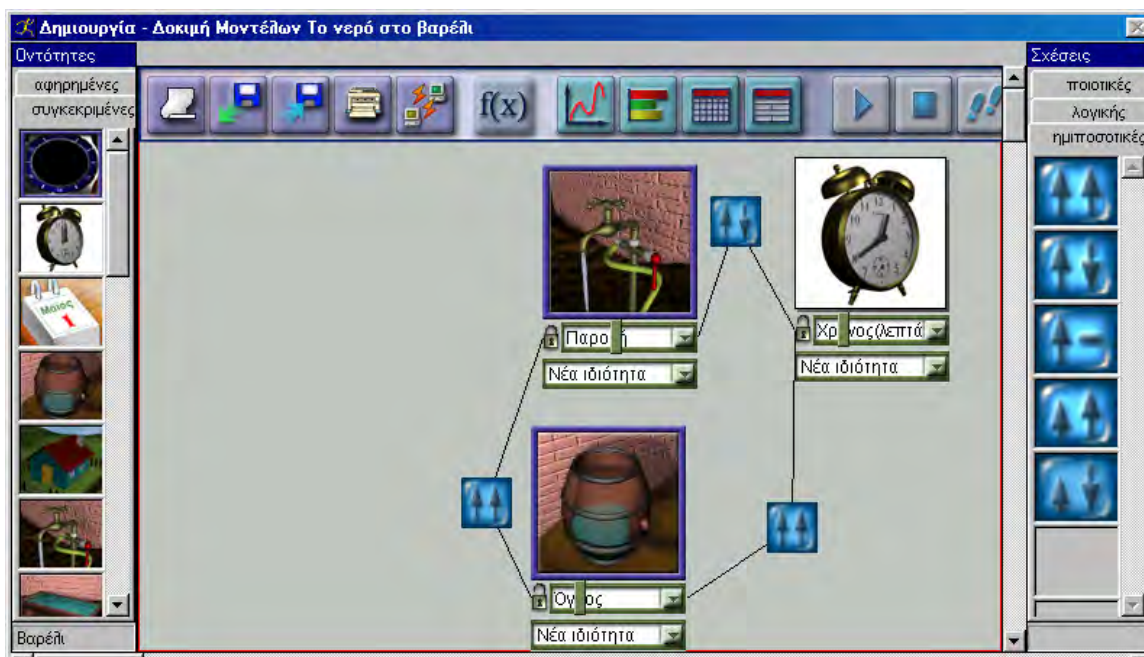
##### Γενικές παρατηρήσεις

- ◆ Εξοικείωση με το σενάριο, τα αντικείμενα, τις ιδιότητες και τις σχέσεις
- ◆ Διερεύνηση - δοκιμή ενός έτοιμου μοντέλου
- ◆ Σχέσεις αναλογίας
- ◆ "Εναλλακτικές" αναπαραστάσεις του μοντέλου (οι μαθητές συμφωνούν ή όχι με το έτοιμο μοντέλο)
- ◆ Εξοικείωση με τις εναλλακτικές μορφές παράστασης μοντέλου (πίνακας τιμών, ραβδόγραμμα, γραφική παράσταση)

### Διδακτικοί στόχοι

- ✓ Διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αναλογίας
- ✓ Οπτική αναγνώριση (στο χώρο του λογισμικού) δύο ανάλογων ποσών
- ✓ Αντιμετώπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής
- ✓ Κατανόηση της έννοιας "πίνακας αντίστοιχων τιμών"
- ✓ Προσέγγιση της έννοιας του "λόγου της αναλογίας"
- ✓ Συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αναλογικής σχέσης (ευθεία)

Στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 1) παρουσιάζεται το πλήρες μοντέλο. Έχουμε όλα τα αντικείμενα που απαρτίζουν το μοντέλο, συνδεδεμένα με τις κατάλληλες σχέσεις, ενώ η ιδιότητα "παροχή" της βρύσης είναι κλειδωμένη.



Σχήμα 1: Το έτοιμο μοντέλο Το νερό στο βαρέλι

### Σχόλια

Προαπαιτούμενη γνώση στο στάδιο αυτό θεωρείται η εξοικείωση με το περιβάλλον του ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥ\_ΜΟΝΤΕΛΩΝ δηλαδή η εισαγωγή αντικειμένων, ο καθορισμός ιδιοτήτων και η σύνδεση με σχέσεις. Είναι επίσης χρήσιμο οι μαθητές να μπορούν να χρησιμοποιούν τις

εναλλακτικές αναπαραστάσεις (γράφημα, ραβδόγραμμα, πίνακας τιμών).

Στο παρόν σενάριο καλούνται οι μαθητές να διερευνήσουν ένα ήδη έτοιμο μοντέλο. Δοκιμάζοντας το μοντέλο γίνεται μια εισαγωγή στο θέμα και οι μαθητές εξοικειώνονται με τις έννοιες της δοκιμής ενός μοντέλου και των εναλλακτικών αναπαραστάσεων. Ταυτόχρονα αποφαίνονται για τη συμπεριφορά ενός έτοιμου μοντέλου και αιτιολογούν διαισθητικά την άποψή τους.

Στην περίπτωση που κάποιοι μαθητές αποφανθούν ότι το έτοιμο μοντέλο δεν είναι "σωστό" πρέπει να τεθούν ερωτήματα που αφορούν τόσο το σχεδιασμό του (αντικείμενα, ιδιότητες και σχέσεις μεταξύ ιδιοτήτων) όσο και τη συμπεριφορά των επιμέρους αντικειμένων που το συνθέτουν. Με τον τρόπο αυτό διαπιστώνονται οι αρχικές "αναπαραστάσεις" των μαθητών αυτών πάνω στο συγκεκριμένο πρόβλημα μοντελοποίησης.

Η εκτέλεση του μοντέλου "βήμα - βήμα" και η ταυτόχρονη αναπαράσταση του πίνακα αντίστοιχων τιμών (ή και των άλλων εναλλακτικών αναπαραστάσεων) μπορεί να βοηθήσει ιδιαίτερα τους μαθητές στο να κατανοήσουν την εξέλιξη του μοντέλου αλλά και να συνδέσουν την "πραγματική" κατάσταση με τις εναλλακτικές αναπαραστάσεις.

Επίσης μπορούν να τεθούν ερωτήματα του τύπου "τι θα γινόταν εάν..." πάνω στις σχέσεις και τις ιδιότητες που προτείνουν εναλλακτικά οι μαθητές πριν τροποποιήσουν το μοντέλο.

### **Σενάριο έκφρασης**

#### **Θέμα μελέτης 2 : Δημιουργία μοντέλου «Η βρύση και το βαρέλι»**

##### **Γενικές παρατηρήσεις**

- ◆ Κατανόηση προβλήματος
- ◆ Προσδιορισμός αντικειμένων, ιδιοτήτων και σχέσεων
- ◆ Δημιουργία - διερεύνηση - δοκιμή μοντέλου
- ◆ "Εναλλακτικές" αναπαραστάσεις του μοντέλου
- ◆ Σχέσεις αναλογίας
- ◆ Εξοικείωση με τις εναλλακτικές μορφές παράστασης μοντέλου (πίνακας τιμών, ραβδόγραμμα, γραφική παράσταση)

##### **Διδακτικοί στόχοι**

- ✓ Διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αναλογίας
- ✓ Γραφική αναπαράσταση δύο ανάλογων ποσών
- ✓ Αντιμετώπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής

- ✓ Γραφική συσχέτιση δύο μεταβλητών με σχέση αναλογίας
- ✓ Δημιουργία μοντέλου
- ✓ Τροποποίηση μοντέλου
- ✓ Κατανόηση της έννοιας "πίνακας αντίστοιχων τιμών" (με τροποποίηση πίνακα)
- ✓ Κατανόηση της έννοιας του "λόγου της αναλογίας"
- ✓ Συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αναλογικής σχέσης (ευθεία)
- ✓ Συσχέτιση πίνακα τιμών και γραφικής παράστασης
- ✓ Συσχέτιση πίνακα τιμών και ραβδογράμματος

### **Σχόλια**

Στο σενάριο αυτό καλούνται οι μαθητές να δημιουργήσουν ένα μοντέλο στο χώρο των αναλογιών. Δοκιμάζοντας το μοντέλο που έχουν δημιουργήσει μπορούν να κάνουν κάποιες διαπιστώσεις για τη συμπεριφορά του. Ταυτόχρονα αιτιολογούν διαισθητικά την άποψή τους και εκφράζουν γνώμη για τα μοντέλα των άλλων ομάδων μαθητών.

Η δυσκολία στο πρόβλημα αυτό συνίσταται σε μεγάλο βαθμό στο να εντοπίσουν οι μαθητές την ανάγκη χρήση χρονομέτρου ή ρολογιού για να μετρηθεί χρόνος.

Στην περίπτωση που κάποιοι μαθητές αποφανθούν ότι το μοντέλο κάποιας άλλης ομάδας δεν είναι "σωστό" πρέπει να τεθούν ερωτήματα που αφορούν τόσο το σχεδιασμό του (αντικείμενα, ιδιότητες και σχέσεις μεταξύ ιδιοτήτων) όσο και τη συμπεριφορά των επιμέρους αντικειμένων που το συνθέτουν.

Με τον τρόπο αυτό διαπιστώνονται οι αρχικές "αναπαραστάσεις" των μαθητών αυτών πάνω στο συγκεκριμένο πρόβλημα μοντελοποίησης αλλά και ο τρόπος κατανόησης και αναπαράστασης των μοντέλων των άλλων ομάδων μαθητών.

Επίσης μπορούν να τεθούν ερωτήματα του τύπου "τι θα γινόταν εάν..." πάνω στις σχέσεις και τις ιδιότητες που προτείνουν εναλλακτικά οι μαθητές πριν τροποποιήσουν το μοντέλο τους σε περίπτωση που αποφανθούν ότι δεν λειτουργεί "σωστά".

Η σύγκριση δύο εναλλακτικών μοντέλων μιας ομάδας πάνω στο ίδιο πρόβλημα καθώς και η καταγραφή των αλλαγών που γίνονται στο μοντέλο συνιστά βασική γνωστική βοήθεια για τους μαθητές στην προσπάθεια έκφρασης του μοντέλου τους.

### **Ειδικές Παρατηρήσεις**

Στο συγκεκριμένο θέμα μελέτης τίθενται δύο κύρια ερωτήματα στους μαθητές (Περίπτωση Α και Περίπτωση Β).

Το πρώτο ερώτημα συνιστά ένα σύνηθες μοντέλο με εξέλιξη μέσα στο χρόνο. Σε κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου παρατηρούμε διαφορετικά χρονικά στιγμιότυπα, γεγονός που συνάδει με την άμεση εποπτεία.

Το δεύτερο ερώτημα αφορά την εξέλιξη του μοντέλου μέσα σε ένα συγκεκριμένο (σταθερό) χρονικό διάστημα οπότε δεν υπάρχει άμεση σχέση με αυτό που συμβαίνει όταν παρατηρούμε ένα φαινόμενο η συμπεριφορά του οποίου εξελίσσεται μέσα στο χρόνο. Συνεπώς κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου συνιστά ένα "**στιγμιότυπο**" του μοντέλου: παρατηρώ τι θα είχε συμβεί σε σταθερό χρόνο (δηλαδή με το πέρας ενός σταθερού χρονικού διαστήματος) εάν είχα άλλες αρχικές τιμές στην παροχή της βρύσης ή στον όγκο του νερού που μπαίνει στο βαρέλι.

## **Αναλυτική υλοποίηση του μοντέλου**

### **Δημιουργία μοντέλου**

#### **1ο βήμα - επιλογή αντικειμένων**

Στο χώρο δημιουργίας - δοκιμής μοντέλων τοποθετούμε (επιλέγοντάς τα με απλό κλικ από το παράθυρο οντοτήτων και τραβώντας τα στο χώρο εργασίας) τα τρία αντικείμενα του μοντέλου μας: βαρέλι, βρύση, ρολόι (σχήμα 2).



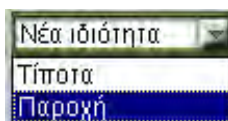
Σχήμα 2: Επιλογή αντικειμένων

## 2ο βήμα - καθορισμός ιδιοτήτων

Για κάθε αντικείμενο προσδιορίζουμε την κατάλληλη ιδιότητα, κάνοντας κλικ στο κουμπί του πλαισίου "Νέα ιδιότητα":



και επιλέγοντας με το ποντίκι την κατάλληλη ιδιότητα:



## 3ο βήμα - σύνδεση ιδιοτήτων με σχέσεις

Στη συνέχεια, επιλέγουμε τις κατάλληλες σχέσεις και συνδέουμε ανά δύο μεταξύ

τους τις ιδιότητες των αντικειμένων.

## 4ο βήμα - κλειδωμα ιδιοτήτων

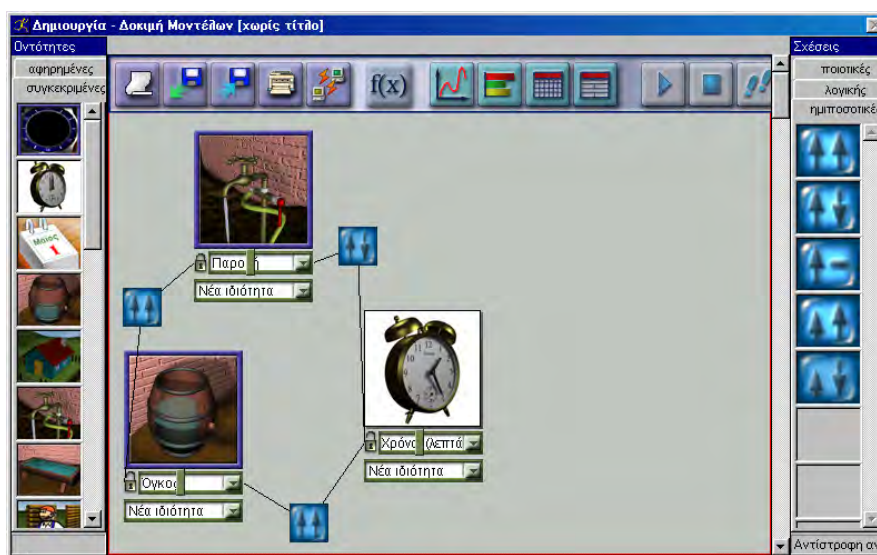
Αφού οι ιδιότητες συνδεθούν μεταξύ τους με τις κατάλληλες σχέσεις, "κλειδώνουμε" αυτές που δεν μεταβάλλονται σε αυτή τη μορφή του μοντέλου. Στην περίπτωσή μας πρόκειται για την ιδιότητα "παροχή" της βρύσης. Το κλειδωμα



γίνεται με κλικ πάνω στο λουκέτο της ιδιότητας. Το λουκέτο ανοίγει πάλι κάνοντας κλικ πάνω σε αυτό.

### Τελική μορφή μοντέλου - "εναλλακτικά" μοντέλα

Στην τελική του μορφή το μοντέλο παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 3). Είναι δυνατόν, όταν οι μαθητές δημιουργούν τα δικά τους μοντέλα, να έχουμε "εναλλακτικά μοντέλα". Πιο συνηθισμένη περίπτωση είναι αυτή με το μοντέλο που περιέχει δύο μόνο αντικείμενα, όπως βρύση - βαρέλι (δεν λαμβάνεται υπόψη ο χρόνος) βαρέλι - ρολόι (δεν λαμβάνεται υπόψη η παροχή, αφού θεωρείται σταθερή). Στην πρώτη περίπτωση έχουμε ένα μοντέλο το οποίο δεν απαντά στο πρόβλημά μας ενώ στη δεύτερη έχουμε ένα ημιτελές μοντέλο το οποίο εντούτοις μπορεί να απαντήσει εν μέρει στο θέμα μελέτης (σχέση χρόνου - όγκου).



Σχήμα 3: Τελική μορφή του μοντέλου

### Δοκιμή μοντέλου

#### 1η φάση - σταδιακή εκτέλεση (βήμα - βήμα)

Όταν το μοντέλο είναι έτοιμο, μπορούμε να το "εκτελέσουμε", να το προσομοιώσουμε δηλαδή, ώστε να παρατηρήσουμε τη συμπεριφορά του. Κρίνεται σκόπιμο την πρώτη φορά να δοκιμάσουμε το μοντέλο χρησιμοποιώντας την εντολή *Βήμα - Βήμα*, κάνοντας κλικ στο πλήκτρο **Βήμα - Βήμα**.

#### 2η φάση - χειροκίνητη εκτέλεση (ή με άμεσο χειρισμό)

Στη συνέχεια μπορούμε να ελέγξουμε τη συμπεριφορά του μοντέλου χρησιμοποιώντας το μεταβολέα κάποιας ιδιότητας (κάνοντας κλικ και τράβηγμα με το ποντίκι). Με τη χρήση του μεταβολέα μπορούμε να ελαττώσουμε την τιμή της ιδιότητας, γεγονός που δεν είναι εφικτό με κανονική εκτέλεση ή με εκτέλεση βήμα - βήμα. Έχουμε επίσης άμεσο χειρισμό του μοντέλου.

### 3η φάση - κανονική εκτέλεση

Η κανονική εκτέλεση του μοντέλου γίνεται από το χειριστήριο πατώντας το πλήκτρο **Εκτέλεση** και σταματά με το πλήκτρο **Σταμάτημα**.

#### Εναλλακτικές αναπαραστάσεις του μοντέλου

Για την ορθή και πλήρη κατανόηση του μοντέλου μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε εναλλακτικές αναπαραστάσεις όπως ραβδογράμματα, πίνακες τιμών και γραφικές παραστάσεις, κάνοντας χρήση των αντίστοιχων πλήκτρων.

Η χρήση αυτών των αναπαραστάσεων μπορεί να γίνει είτε χωριστά είτε και ταυτόχρονα (σε διαφορετικά παράθυρα). Στην πιο σύνθετη περίπτωση μπορούμε να έχουμε την προσομοίωση της πραγματικής κατάστασης του μοντέλου και τις τρεις προηγούμενες αναπαραστάσεις (ραβδογράμματα, πίνακας τιμών και γραφική παράσταση).

### Σενάριο διερεύνησης (προαιρετικό για αντίστροφη αναλογία)

#### Θέμα μελέτης 3 : Δοκιμή μοντέλου «Ο χρόνος που γεμίζει το βαρέλι»

##### Γενικές παρατηρήσεις

- ◆ Κατανόηση προβλήματος
- ◆ Διερεύνηση μοντέλου
- ◆ "Εναλλακτικές" αναπαραστάσεις του μοντέλου
- ◆ Σχέσεις αντιστρόφου αναλογίας
- ◆ Εξοικείωση με τις εναλλακτικές μορφές παράστασης μοντέλου (πίνακας τιμών, ραβδόγραμμα, γραφική παράσταση)
- ◆ Πιθανός προσδιορισμός ορίων εγκυρότητας του μοντέλου (μοντέλο ομάδας, μοντέλο άλλων ομάδων)

##### Διδακτικοί στόχοι

- ✓ Διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αντίστροφου αναλογίας
- ✓ Οπτική αναπαράσταση δύο αντιστρόφως ανάλογων ποσών
- ✓ Αντιμετώπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής
- ✓ Γραφική συσχέτιση δύο μεταβλητών με σχέση αναλογίας και σχέση αντιστρόφου αναλογίας
- ✓ Συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αντιστρόφως αναλογικής σχέσης.

##### Σχόλια

Στο παρόν σενάριο οι μαθητές καλούνται να διερευνήσουν ένα ήδη έτοιμο μοντέλο. Το μοντέλο αυτό τους εισαγάγει με ποιοτικό τρόπο στην έννοια της αντίστροφης αναλογίας. Δοκιμάζοντας το μοντέλο γίνεται μια εισαγωγή στο θέμα και οι μαθητές εξοικειώνονται με τις έννοιες της



δοκιμής ενός μοντέλου και των εναλλακτικών αναπαραστάσεων. Ταυτόχρονα αποφαινόμενοι για τη συμπεριφορά ενός έτοιμου μοντέλου και αιτιολογούν διαισθητικά την άποψή τους.

Το συγκεκριμένο σενάριο μπορεί να μελετηθεί προαιρετικά και μόνο εάν θεωρηθεί σκόπιμο ότι οι μαθητές είναι σε θέση να παρακολουθήσουν τον αντίστοιχο συλλογισμό.

Μπορούν να ερωτήματα του τύπου "τι θα γινόταν εάν..." πάνω στις σχέσεις και τις ιδιότητες που προτείνουν εναλλακτικά οι μαθητές πριν τροποποιήσουν το μοντέλο.

### **Ειδικές Παρατηρήσεις**

Το συγκεκριμένο θέμα μελέτης συνιστά μια εισαγωγή (δεν προβλέπεται από το Α.Π. των Μαθηματικών) στην έννοια της αντίστροφης αναλογίας.

Τίθεται ένα βασικό ερώτημα στους μαθητές οι οποίοι πρέπει να κάνουν τη διαπίστωση ότι ο όγκος του νερού είναι σταθερός. Το μοντέλο εξελίσσεται μέσα στο χρόνο και παρατηρούμε συνεπώς διαφορετικά χρονικά στιγμιότυπα της εξέλιξής του.

Με άμεσο χειρισμό του μοντέλου (χρησιμοποιώντας τον μεταβολέα των τιμών των ιδιοτήτων) οι μαθητές μπορούν να παρατηρήσουν πιο εύκολα τη συμπεριφορά του μοντέλου.

### **Σενάρια έκφρασης**

#### **Θέμα μελέτης 4 : Δημιουργία μοντέλου «Η οικοδομή»**

##### **Γενικές παρατηρήσεις**

- ◆ Κατανόηση προβλήματος
- ◆ Προσδιορισμός αντικειμένων, ιδιοτήτων και σχέσεων
- ◆ Δημιουργία - διερεύνηση - δοκιμή μοντέλου
- ◆ "Εναλλακτικές" αναπαραστάσεις του μοντέλου
- ◆ Σχέσεις αναλογίας
- ◆ Εξοικείωση με τις εναλλακτικές μορφές παράστασης μοντέλου (πίνακας τιμών, ραβδόγραμμα, γραφική παράσταση)

##### **Διδακτικοί στόχοι**

- ✓ Διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αναλογίας
- ✓ Αντιμέτωπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής
- ✓ Γραφική συσχέτιση δύο μεταβλητών με σχέση αναλογίας
- ✓ Δημιουργία μοντέλου
- ✓ Τροποποίηση μοντέλου

- ✓ Κατανόηση λόγου αναλογίας
- ✓ Κατανόηση της έννοιας "πίνακας αντίστοιχων τιμών" (με τροποποίηση πίνακα)
- ✓ Κατανόηση της έννοιας του "λόγου της αναλογίας"
- ✓ Συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αναλογικής σχέσης (ευθεία)
- ✓ Συσχέτιση πίνακα τιμών και γραφικής παράστασης
- ✓ Συσχέτιση πίνακα τιμών και ραβδογράμματος

### **Σχόλια**

Στο σενάριο αυτό καλούνται οι μαθητές να δημιουργήσουν ένα μοντέλο στο χώρο των αναλογιών. Δοκιμάζοντας το μοντέλο που έχουν δημιουργήσει μπορούν να κάνουν κάποιες διαπιστώσεις για τα όρια εγκυρότητάς του. Ταυτόχρονα αποφαινόνται για τη συμπεριφορά ενός μοντέλου, αιτιολογούν διαισθητικά την άποψή τους και εκφράζουν γνώμη για τα μοντέλα των άλλων ομάδων μαθητών.

### **Ειδικές Παρατηρήσεις**

Στο συγκεκριμένο θέμα μελέτης τίθενται δύο κύρια ερωτήματα στους μαθητές (Περίπτωση Α και Περίπτωση Β).

Το πρώτο ερώτημα αφορά την εξέλιξη του μοντέλου μέσα σε ένα συγκεκριμένο (σταθερό) χρονικό διάστημα οπότε δεν υπάρχει άμεση σχέση με αυτό που συμβαίνει όταν παρατηρούμε ένα φαινόμενο η συμπεριφορά του οποίου εξελίσσεται μέσα στο χρόνο. Συνεπώς κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου συνιστά ένα "**στιγμιότυπο**" του μοντέλου: παρατηρώ τι θα είχε συμβεί σε σταθερό χρόνο.

Το δεύτερο ερώτημα συνιστά ένα σύνηθες μοντέλο με εξέλιξη μέσα στο χρόνο. Σε κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου παρατηρούμε διαφορετικά χρονικά στιγμιότυπα, γεγονός που συνάδει με την άμεση εποπτεία.

## **Θέμα μελέτης 5 : Δημιουργία μοντέλου «Η στέρνα και το βαρέλι»**

### **Γενικές παρατηρήσεις**

- ◆ Κατανόηση προβλήματος
- ◆ Μοντέλα με περισσότερα από τρία αντικείμενα
- ◆ Προσδιορισμός αντικειμένων, ιδιοτήτων και σχέσεων
- ◆ Δημιουργία - διερεύνηση - δοκιμή μοντέλου
- ◆ "Εναλλακτικές" αναπαραστάσεις του μοντέλου
- ◆ Σχέσεις αναλογίας
- ◆ Συζήτηση για τα μοντέλα των άλλων ομάδων μαθητών

- ♦ Πιθανός προσδιορισμός ορίων εγκυρότητας του μοντέλου (μοντέλο ομάδας, μοντέλο άλλων ομάδων)

### **Διδακτικοί στόχοι**

- ✓ Διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αναλογίας
- ✓ Οπτική αναπαράσταση δύο ανάλογων ποσών
- ✓ Αντιμετώπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής
- ✓ Γραφική συσχέτιση δύο μεταβλητών με σχέση αναλογίας
- ✓ Δημιουργία μοντέλου με πολλά αντικείμενα
- ✓ Τροποποίηση μοντέλου
- ✓ Κατανόηση λόγου αναλογίας
- ✓ Κατανόηση της έννοιας "πίνακας αντίστοιχων τιμών" (με τροποποίηση πίνακα)
- ✓ Κατανόηση της έννοιας του "λόγου της αναλογίας"
- ✓ Συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αναλογικής σχέσης (ευθεία)

### **Σχόλια**

Γίνεται εισαγωγή σε μοντέλα με περισσότερα από τρία αντικείμενα. Στο σενάριο αυτό καλούνται οι μαθητές να δημιουργήσουν το μοντέλο στο χώρο των αναλογιών με πολλά σχετικά αντικείμενα και ιδιότητες.

Μπορούν να τεθούν ερωτήματα του τύπου "τι θα γινόταν εάν..." πάνω στις σχέσεις και τις ιδιότητες που προτείνουν εναλλακτικά οι μαθητές πριν τροποποιήσουν το μοντέλο.

Η σύγκριση δύο εναλλακτικών μοντέλων μιας ομάδας πάνω στο ίδιο πρόβλημα καθώς και η καταγραφή των αλλαγών που γίνονται στο μοντέλο συνιστά βασική γνωστική βοήθεια για τους μαθητές στην προσπάθεια έκφρασης του μοντέλου τους.

### **Ειδικές Παρατηρήσεις**

Η στέρνα (ως αντικείμενο) σε αντίθεση από το βαρέλι αδειάζει όταν ο μεταβολέας της ιδιότητας "όγκος" κινείται προς τα δεξιά.

Στο συγκεκριμένο θέμα μελέτης τίθενται τρία κύρια ερωτήματα στους μαθητές.

Το πρώτο και το τρίτο ερώτημα αφορούν μοντέλο που εξελίσσεται μέσα στο χρόνο. Σε κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου παρατηρούμε διαφορετικά χρονικά στιγμιότυπα, γεγονός που συνάδει με την άμεση εποπτεία.

Το δεύτερο ερώτημα αφορά την εξέλιξη του μοντέλου μέσα σε ένα συγκεκριμένο (σταθερό) χρονικό διάστημα οπότε δεν υπάρχει άμεση σχέση με αυτό που συμβαίνει όταν παρατηρούμε ένα φαινόμενο η

συμπεριφορά του οποίου εξελίσσεται μέσα στο χρόνο. Συνεπώς κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου συνιστά ένα "**στιγμιότυπο**" του μοντέλου: παρατηρώ τι θα είχε συμβεί σε σταθερό χρόνο.

## ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

**Θέμα μελέτης 1 : Δοκιμή μοντέλου «Το νερό στο βαρέλι»****Μαθηματικά Ε' Δημοτικού: Αναλογίες**

«Μια βρύση τροφοδοτεί με νερό ένα βαρέλι. Εάν κρατήσουμε σταθερή την παροχή νερού της βρύσης, ποια σχέση πιστεύεις ότι συνδέει τον όγκο του νερού που μπαίνει στο βαρέλι με το χρόνο που γεμίζει με νερό το βαρέλι;»



Άνοιξε το μοντέλο με όνομα αρχείου "Το νερό στο βαρέλι". Έχεις τώρα ένα έτοιμο μοντέλο το οποίο πρέπει να διερευνήσεις (να δοκιμάσεις δηλαδή τη συμπεριφορά του).

1. Τι πιστεύεις ότι θα γίνει εάν "ξεκινήσεις" το μοντέλο πατώντας το κατάλληλο πλήκτρο;
2. Το μοντέλο είναι κατασκευασμένο "σωστά"; ΝΑΙ  ΟΧΙ
3. Εάν όχι, τι πιστεύεις ότι δεν πάει καλά και πρέπει να αλλάξει;

Ας δοκιμάσουμε τώρα να "εκτελέσουμε" το μοντέλο. Προσπάθησε τώρα να το "εκτελέσεις" βήμα - βήμα. Πιστεύεις ότι είναι πιο κατανοητή η συμπεριφορά του;

Ας δούμε τώρα κάποιες εναλλακτικές μορφές παρουσίασης του μοντέλου.

- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τις "**ράβδους τιμών**", επέλεξε *χρόνος* και *όγκος* και παρατήρησε την εξέλιξη του μοντέλου.
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τον **πίνακα αντίστοιχων τιμών** και παρατήρησε τη σχέση ανάμεσα στις τιμές των δύο μεγεθών.
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τη **γραφική παράσταση** της συνάρτησης που συνδέει τα δύο μεγέθη και παρατήρησε το σχήμα που σχηματίζεται.

Στον πίνακα αντίστοιχων τιμών συμπλήρωσε τα παρακάτω ποσά:

Παροχή	Όγκος
3	6
5	10
7	14
8	16
9	18
11	22
15	30

**ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ**

- ✓ Κάνε τη γραφική παράσταση που αντιστοιχεί σε αυτό τον πίνακα αντίστοιχων τιμών. Τι παρατηρείς για το σχήμα της;
- ✓ Με ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσουμε την πρώτη στήλη ώστε να προκύψει η δεύτερη;

## Θέμα μελέτης 2 : Δημιουργία μοντέλου «Η βρύση και το βαρέλι»

### Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού: Αναλογίες

"Μια **βρύση** τροφοδοτεί με νερό ένα **βαρέλι**.

**A.** Ποια σχέση συνδέει το χρόνο με τον όγκο του νερού που μπαίνει στο βαρέλι όταν η παροχή της βρύσης παραμένει σταθερή;

**B.** Σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα ποια σχέση πιστεύεις ότι συνδέει την παροχή νερού της βρύσης με τον όγκο του νερού που μπαίνει στο βαρέλι; Δημιούργησε το κατάλληλο μοντέλο στο χώρο δημιουργίας μοντέλων. "



Δημιούργησε το μοντέλο, βάζοντας τις κατάλληλες σχέσεις και απάντησε στα παραπάνω ερωτήματα.

Σημείωσε τις αλλαγές που πρέπει να κάνεις στο μοντέλο σου σε κάθε περίπτωση.

#### Περίπτωση A:

#### Περίπτωση B:

- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τις "**ράβδους τιμών**" και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) την εξέλιξη του μοντέλου. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τη **γραφική παράσταση** της συνάρτησης που συνδέει τα δύο μεγέθη και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) το σχήμα που σχηματίζεται. Τι έχεις να παρατηρήσεις για το σχήμα που σχηματίζεται;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τον **πίνακα αντίστοιχων τιμών** και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) τη σχέση ανάμεσα στις τιμές των δύο μεγεθών. Τι μπορείς να πεις για τα ζεύγη τιμών;

Στον πίνακα αντίστοιχων τιμών συμπλήρωσε τα παρακάτω ποσά (πίνακας 1):

**Πίνακας 1**

Παροχή	Όγκος
3	7,5
5	12,5
6	16
8	20
9	22,5
11	29
14	35

**Πίνακας 2**

Παροχή	Όγκος

**ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ**

- ✓ Κάνε τη γραφική παράσταση που αντιστοιχεί σε αυτό τον πίνακα τιμών. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ποια από τα ζεύγη τιμών δεν ανταποκρίνονται στην κατάσταση που μελετάς; Σημείωσε τα στον πίνακα 2.
- ✓ Υπολόγισε τον αριθμό με τον οποίο πρέπει να πολλαπλασιάσεις την πρώτη στήλη ώστε να προκύψει η δεύτερη στήλη του πίνακα.
- ✓ Διόρθωσε το πρώτο μέλος στον πίνακα 2 ώστε το ζεύγος να ανταποκρίνεται στην κατάσταση.

## Θέμα μελέτης 3 : Δοκιμή μοντέλου «Ο χρόνος που γεμίζει το βαρέλι»

### Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού: Αντίστροφες Αναλογίες

"Μια **βρύση** τροφοδοτεί με νερό ένα **βαρέλι**. Εάν θέλω να γεμίσω το βαρέλι, ποια σχέση πιστεύεις ότι συνδέει το χρόνο που χρειάζεται για να γεμίσει το βαρέλι με την παροχή νερού της βρύσης; Δημιούργησε το κατάλληλο μοντέλο στο χώρο δημιουργίας μοντέλων."



Άνοιξε το αρχείο "Ο χρόνος που γεμίζει το βαρέλι". Έχεις τώρα ένα έτοιμο μοντέλο το οποίο πρέπει να διερευνήσεις. Πριν περάσεις στη διερεύνηση του μοντέλου, ας δούμε κάποια αρχικά ερωτήματα.

- ✓ Τι πιστεύεις ότι θα γίνει εάν "ξεκινήσεις" το μοντέλο πατώντας το κατάλληλο πλήκτρο;
- ✓ Πιστεύεις ότι το μοντέλο είναι κατασκευασμένο "σωστά"; ΝΑΙ  ΟΧΙ

Ας δοκιμάσουμε τώρα να "εκτελέσουμε" το μοντέλο. Προσπάθησε τώρα να το "εκτελέσεις" βήμα - βήμα. Πιστεύεις ότι είναι πιο κατανοητή η συμπεριφορά του;

- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τις "**ράβδους τιμών**" και παρατήρησε την εξέλιξη του μοντέλου.
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τον **πίνακα αντιστοιχων τιμών** και παρατήρησε (κάθε φορά) τη σχέση ανάμεσα στις τιμές των δύο μεγεθών.
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τη **γραφική παράσταση** της συνάρτησης που συνδέει τα δύο μεγέθη και παρατήρησε (κάθε φορά) το σχήμα που σχηματίζεται.

Στον πίνακα αντιστοιχων τιμών συμπλήρωσε τα παρακάτω ποσά (Πίνακας 1):

**Πίνακας 1**

Χρόνος	Παροχή
1	10
2	5
3	3,333
4	2,5
5	2
6	1,666
8	1,25

#### ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- ✓ Κάνε τη γραφική παράσταση που αντιστοιχεί σε αυτό τον πίνακα αντιστοιχων τιμών. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ποια μαθηματική σχέση συνδέει την πρώτη με τη δεύτερη στήλη του πίνακα; (**Υπόδειξη**: πολλαπλασίασε μεταξύ τους τα ζεύγη αντιστοιχων τιμών. Τι παρατηρείς;)



## Θέμα μελέτης 4 : Δημιουργία μοντέλου «Η οικοδομή»

### Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού: Αναλογίες και Αντίστροφες Αναλογίες

«Εργάτες δουλεύουν για το κτίσιμο ενός σπιτιού.

**A.** Ποια σχέση συνδέει τον αριθμό των εργατών με το έργο που θα εκτελέσουν σε σταθερό χρόνο ( δηλαδή σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα);

**B.** Ποια σχέση συνδέει το χρόνο με έργο που θα εκτελέσουν συγκεκριμένοι εργάτες; Δημιούργησε το κατάλληλο μοντέλο στο χώρο δημιουργίας μοντέλων.»



Δημιούργησε το μοντέλο, βάζοντας τις κατάλληλες σχέσεις και απάντησε στα παραπάνω ερωτήματα.

Σημείωσε τις αλλαγές που πρέπει να κάνεις στο μοντέλο σου σε κάθε περίπτωση.

#### Περίπτωση A:

#### Περίπτωση B:

- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τις "**ράβδους τιμών**" και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) την εξέλιξη του μοντέλου. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τη **γραφική παράσταση** της συνάρτησης που συνδέει τα δύο μεγέθη και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) το σχήμα που σχηματίζεται. Τι έχεις να παρατηρήσεις για το σχήμα που σχηματίζεται;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τον **πίνακα αντίστοιχων τιμών** και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) τη σχέση ανάμεσα στις τιμές των δύο μεγεθών. Τι μπορείς να πεις για τα ζεύγη τιμών;

Στον πίνακα αντίστοιχων τιμών συμπλήρωσε τα παρακάτω ποσά (πίνακας 1):

**Πίνακας 1**

Εργάτες	Έργο
1	0,1
2	0,2
3	0,3
4	0,6
5	0,5
6	0,4
7	0,7

**Πίνακας 2**

Εργάτες	Έργο

#### ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- ✓ Κάνε τη γραφική παράσταση που αντιστοιχεί σε αυτό τον πίνακα τιμών. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ποια από τα ζεύγη τιμών δεν ανταποκρίνονται στην κατάσταση που μελετάς; Σημείωσέ τα στον πίνακα 2.
- ✓ Υπολόγισε τον αριθμό με τον οποίο πρέπει να πολλαπλασιάσεις την πρώτη στήλη ώστε να προκύψει η δεύτερη στήλη του πίνακα.
- ✓ Διόρθωσε το πρώτο μέλος στον πίνακα 2 ώστε το ζεύγος να ανταποκρίνεται στην κατάσταση.

## Θέμα μελέτης 5 : Δημιουργία μοντέλου «Η στέρνα και το βαρέλι»

### Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού: Αναλογίες και Αντίστροφες Αναλογίες



«Μια στέρνα με νερό τροφοδοτεί με τη βοήθεια μιας βρύσης ένα βαρέλι.

**Περίπτωση Α.** Ποια σχέση συνδέει τον **όγκο** του νερού που φεύγει από τη στέρνα με το **χρόνο** εάν η παροχή της βρύσης είναι σταθερή;

**Περίπτωση Β.** Ποια σχέση συνδέει τον **όγκο** του νερού που φεύγει από τη στέρνα με την **παροχή** της βρύσης σε ένα σταθερό χρονικό διάστημα;

**Περίπτωση Γ.** Ποια σχέση συνδέει τον **όγκο** του νερού που μπαίνει στο βαρέλι με το **χρόνο** εάν η παροχή της βρύσης είναι σταθερή; Δημιούργησε το μοντέλο στο χώρο δημιουργίας μοντέλων.»

Δημιούργησε το μοντέλο, βάζοντας τις κατάλληλες σχέσεις και απάντησε στη συνέχεια στα παραπάνω ερωτήματα. Σημείωσε τις αλλαγές που πρέπει να κάνεις στο μοντέλο σου.

**Περίπτωση Α:**

**Περίπτωση Β:**

**Περίπτωση Γ:**

- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τις "**ράβδους τιμών**" και παρατήρησε (και στις τρεις περιπτώσεις) την εξέλιξη του μοντέλου. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τη **γραφική παράσταση** της συνάρτησης που συνδέει τα δύο μεγέθη και παρατήρησε (και στις τρεις περιπτώσεις) το σχήμα που σχηματίζεται. Τι έχεις να παρατηρήσεις για το σχήμα που σχηματίζεται;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τον **πίνακα αντίστοιχων τιμών** και παρατήρησε (και στις τρεις περιπτώσεις) τη σχέση ανάμεσα στις τιμές των δύο μεγεθών. Τι μπορείς να πεις για τα ζεύγη τιμών;

Στον πίνακα αντίστοιχων τιμών συμπλήρωσε τα παρακάτω ποσά (πίνακας 1):

**Πίνακας 1**

Χρόνος	Όγκος νερού στέρνας	Όγκος νερού βαρέλι
10	20	10
12	24	
14	23	
16	32	

**Πίνακας 2**

Παροχή	Όγκος νερού στέρνας

#### ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- ✓ Κάνε τη γραφική παράσταση που αντιστοιχεί σε αυτό τον πίνακα τιμών (παροχή - όγκος νερού). Τι παρατηρείς;
- ✓ Ποια από τα ζεύγη τιμών δεν ανταποκρίνονται στην κατάσταση που μελετάς; Σημείωσέ τα στον πίνακα 2.
- ✓ Συμπλήρωσε τον όγκο νερού που μπαίνει στο βαρέλι.